$(x_2-1,y_2)=(0,0)$.

由(1)及题设得 $x_3=3-(x_1+x_2)=1$, $y_3=-(y_1+y_2)=-2m<0$.又点 P 在 C 上，所以 $m=\frac{3}{4}$，从而 P（$1,-\frac{3}{2}$），$|\overrightarrow{FP}|=\frac{3}{2}$．于是 $|\overrightarrow{FA}|=\sqrt{(x_1-1)^2+y_1^2}=\sqrt{(x_1-1)^2+3(1-\frac{x_1^2}{4})}=2-\frac{x_1}{2}$.同理 $|\overrightarrow{FB}|=2-\frac{x_2}{2}$.所以 $\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=4-\frac{1}{2}(x_1+x_2)=3$. 故 $2|\overrightarrow{FP}|=|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|$.

注意：此题第 2 小问也可以由 $\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$ 直接推出 F 为 ΔPAB 的重心，

即得 $x_3=3-(x_1+x_2)=1$, $y_3=-(y_1+y_2)=-2m<0$. 后面解法同上.

解法 2：(1) 由题意可知直线 l 的斜率必存在，设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)+m(k\neq0)$，设 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases} y=k(x-1)+m, \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}\Rightarrow(3+4k^2)x^2+(8mk-8k^2)x+4(m-k)^2-12=0.$

解得 $x_1+x_2=\frac{8k^2-8mk}{3+4k^2}=2\Rightarrow k=-\frac{3}{4m}(m>0)$.

又由点 $M(1,m)(m>0)$ 在椭圆内，即 $\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1(m>0)$，

可得 $0<m<\frac{3}{2}$，故 $k=-\frac{3}{4m}<-\frac{1}{2}$.

(2)由题意得 $F(1,0)$.设 $P(x_3,y_3)$，则 $(x_3-1,y_3)+(x_1-1,y_1)+(x_2-1,y_2)=(0,0)$.

由(1)及题设得 $x_3=3-(x_1+x_2)=1$，

由椭圆焦半径公式得：$|\overrightarrow{FA}|=a-ex_1=2-\frac{x_1}{2}$，$|\overrightarrow{FB}|=a-ex_2=2-\frac{x_2}{2}$，$|\overrightarrow{FP}|=2-\frac{x_3}{2}=\frac{3}{2}$.

$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|=2-\frac{x_1}{2}+2-\frac{x_2}{2}=4-(\frac{x_1+x_2}{2})=3$.

故 $2|\overrightarrow{FP}|=|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|$.

点评：本题主要考查了中点弦问题，常用方法点差法和判别式法.注意两种的区别，如点差法需设出弦的两端点坐标代入圆锥曲线方程，将两式相减直接转化为直线的斜率，借用中点公式即可求出斜率.而判别式法是联立直线与圆锥曲线方程化为一元二次方程，由根与系数的关系求解，这一步要求考生有较好运算能力.至于第 2 小问考查了向量的坐标运算，方向明确，如果运用椭圆的第二定义就更为简洁明了.

巩固练习：

1. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个焦点为 $F(1,0)$，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，过点 F 的动直线交 M 于 A，B 两点，若 x 轴上的点 $P(t,0)$使得 $\angle APO=\angle BPO$ 总成立(O 为坐标原点)，则 t 等于 ________.

2. 已知 F_1，F_2 是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点，$P$ 为椭圆 C 上的一点，且 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\vec{0}$，若△$PF_1F_2$ 的面积为 9，则 $b=$________.

3. 以椭圆上一点和两个焦点为顶点的三角形的面积的最大值为 1，则椭圆长轴长的最小值为________.

4. 已知 (4，2) 是直线 l 被椭圆 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ 所截得的线段的中点，则 l 的方程是 ________.

5. 直线 l 与椭圆 Γ：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 相交于 P，Q 两点，若 $OP\perp OQ$（O 为坐标原点），则以O 点为圆心且与直线 l 相切的圆方程为________.

参考答案：1. 2；2. 3；3. $2\sqrt{2}$；4. $x+2y-8=0$；5. $x^2+y^2=\frac{4}{3}$.

【本文为福建省第三批高中数学课程基地校建设项目《“三教”教学培育数学核心素养的探索与实践》研究成果之一】

责任编辑　**徐国坚**